615. 円，球ノ幾何ニツイテ

松村　宗治（台北大）

（I）三次元 Euclid 空間内ニ二円 $\mathfrak{K}$，$\bar{\mathfrak{K}}$ ガ與ヘラレ $\mathfrak{K}$ ヲ通ル球ガ $\bar{\mathfrak{K}}$ トナス角ヲ φ トセバ

(1)　$\cos^2\varphi = T^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta$，　但シ $A^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta = 1$

ナルコトヲ余ハ以前東北数誌第三十四巻，p. 187 ニテ述ベタ、コヽニ $A^{\alpha\beta}\rho_\alpha\rho_\beta = 1$ デアル。

サテ今

$$(2)\quad \begin{cases} g(x,y) \equiv A^{11}x^2 + 2A^{12}xy + A^{22}y^2 - 1 = 0 \\ f(x,y) \equiv T^{11}x^2 + 2T^{12}xy + T^{22}y^2 \end{cases}$$

ト置クトキハ

$$(3)\quad \begin{cases} p \equiv \dfrac{\partial f}{\partial x} = 2\left(T^{11}x + T^{12}y\right) \\[2ex] q \equiv \dfrac{\partial f}{\partial y} = 2\left(T^{12}x + T^{22}y\right) \\[2ex] p_1 \equiv \dfrac{\partial g}{\partial x} = 2\left(A^{11}x + A^{12}y\right) \\[2ex] q_1 \equiv \dfrac{\partial g}{\partial y} = 2\left(A^{12}x + A^{22}y\right) \end{cases}$$

$$(4)\quad j \equiv pq_1 - qp_1 \equiv 4\{(T^{11}x + T^{12}y)(A^{12}x + A^{22}y) \\ - (T^{12}x + T^{22}y)(A^{11}x + A^{12}y)\}$$

$$(5)\quad \begin{cases} P = \dfrac{\partial j}{\partial x} = 4\left[2\left(T^{11}A^{12} - T^{12}A^{11}\right)x \right. \\ \qquad\qquad \left. + \left(T^{11}A^{22} - A^{11}T^{22}\right)y\right] \\[2ex] Q = \dfrac{\partial j}{\partial y} = 4\left[\left(T^{11}A^{22} - A^{11}T^{22}\right)x \right. \\ \qquad\qquad \left. + 2\left(T^{12}A^{22} - A^{12}T^{22}\right)y\right] \end{cases}$$

サテ

$$(6)\quad \begin{cases} X = T^{11}x^2 + 2T^{12}xy + T^{22}y^2 \\ Y = A^{11}x^2 + 2A^{12}xy + A^{22}y^2 - 1 \end{cases}$$

ナル変換ヲ考ヘルトキハ以上 (3), (4), (5), (6) ヲ用ヒテ $j=0$ ナル曲線ノ上ニ $g=0$ ナルトキノ f ノ *Maximum* 及ビ *Minimum* ノ位置ガ存在スルコトヲ証明スルコトガ出来ル。(*American Math. Society*, XXXV, p. 823 ヲ参照シタ)

コレヲ用ヒルト吾々ノ $\cos^2\varphi$ ノ Maximum 及ビ Minimum ノ数ハ四デアルコトニナル。而シテ各々二個ヅツ交互ニ存在スルコトニナル。

(II) 一ツノ円系表面ノ Parameterlinien (u) 及ビ (v) ガ小サイ Quadraten ヲ形成スルタメニハ吾人ノ基本量 $(\theta_u\theta_u)$, $(\theta_u\theta_v)$, $(\theta_v\theta_v)$ ガ

$$(\theta_u\theta_v)=0, \quad \alpha^2(u)(\theta_u\theta_u)-\beta^2(\theta_v\theta_v)=0$$

ヲ満足スルコトガ必要ニシテ且十分デアル、コヽニ α ハ零デナクシテ u ノミノ函数デアリ、β ハ零デナクシテ v ノミノ函数デアル。

(III) (A) $(\theta_u\theta_u)f_v^2-2(\theta_u\theta_v)f_uf_v+(\theta_v\theta_v)f_u^2=0$

ナラバ円系表面上ノ

$$f(u,v)=const.$$

ナル曲線ガ Minimalkurven デアル。

何トナレバ

(1) $f(u,v)=const.$

ヨリ

(2) $f_u\,du+f_v\,dv=0$

即チ

(3) $f_u:f_v=-dv:du$

デアリ (3) ト (A) トヨリ

(B) $(\theta_u\theta_u)du^2+2(\theta_u\theta_v)du\,dv+(\theta_v\theta_v)dv^2=0$

トナリ (1) ハ Minimalkurven トナル。

以上記号ハイツモノ通リデアル。

(IV) 円系表面ニ於テ *Parameterkurven* ガ *isometrische Linien* ナルタメノ必要ニシテ十分ナル條件ハ

$$\frac{(\theta_u \theta_u)}{(\theta_v \theta_v)} = \frac{\Psi(u)}{\Phi(v)}, \qquad (\theta_u \theta_v) = 0$$

ナルコトデアル，コヽニ Ψ ハ u ノミノ函數，Φハ v ノミノ函數デアル。

尚其上ニ u 及ビ v ガ *thermische Parameter* ナラバ

$$(\theta_u \theta_u) = (\theta_v \theta_v)$$

デアル。

(*Kommerell: Raum Kurven und Flächen*. I. S. 141 ヲ參考ニシタ)。

尚，記号ニツイテハ台大紀要 II，p. 36 ヲ採用シタ。